

أولاً: لكل سؤال فيما يأتي أربع خيارات إجابة واحدة فقط منها صحيحة. أجب عليها. (10 درجة لكل سؤال)

[1] مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق المعادلة: $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2z + 28 = 0$ تمثل:

أ	نقطة	ب	مجموعة النقط خالية	ج	كرة مركزها $(5, 0, -1)$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$	د	كرة مركزها $(5, 0, -1)$ ونصف قطرها 2
---	------	---	--------------------	---	---	---	--------------------------------------

[2] لدينا النقطتان $A(5, 2, -1)$ و $B(3, 0, 1)$. معادلة المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ هي:

أ	$-x - y + z = 5$	ب	$-x - y + z = 0$	ج	$x + y + z = -5$	د	$x + y - z = 5$
---	------------------	---	------------------	---	------------------	---	-----------------

[3] إذا كان $z = -2e^{-i\frac{\pi}{5}}$ فإن $\arg(z)$ تساوي

أ	$-\frac{\pi}{5}$	ب	$\frac{4\pi}{5}$	ج	$-\frac{2\pi}{5}$	د	$\frac{2\pi}{5}$
---	------------------	---	------------------	---	-------------------	---	------------------

[4] التابع f هو تابع معرف على \mathbb{R} ومشتقه $f'(x) = x$. ليكن g معرف وفق $g(x) = f(\sin x)$. المشتق $g'(x)$ يساوي:

أ	$\sin x$	ب	$\cos x$	ج	$\sin x \cdot \cos x$	د	$-\sin x \cdot \cos x$
---	----------	---	----------	---	-----------------------	---	------------------------

[5] بافتراض $a = 2 + 2i$. العدد العقدي b الذي يمثل B صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$ يساوي:

أ	$\sqrt{2} - \sqrt{2}i$	ب	$-\sqrt{2}i$	ج	$2\sqrt{2}i$	د	$\sqrt{2}i$
---	------------------------	---	--------------	---	--------------	---	-------------

[6] $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية متقاربة معرفة وفق: $u_0 = \frac{1}{2}$, $u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}}$. إن $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ تساوي:

أ	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	ب	$\frac{1}{2}$	ج	1	د	0
---	----------------------	---	---------------	---	---	---	---

[7] المتتالية المتناقصة بين المتتاليات الآتية هي:

أ	$w_n = (-2)^n$	ب	$w_n = -2^n$	ج	$w_n = -(-2)^n$	د	$s_0 = -2, s_{n+1} = -3s_n$
---	----------------	---	--------------	---	-----------------	---	-----------------------------

[8] لتكن E المعادلة التفاضلية $y' - y = x$ عندئذ كثير حدود من الدرجة الأولى f يُحقق المعادلة E هو

أ	$f(x) = x - 1$	ب	$f(x) = x + 1$	ج	$f(x) = -x - 1$	د	$f(x) = -x + 1$
---	----------------	---	----------------	---	-----------------	---	-----------------

[9] الحد الذي يحوي x^2 في المنشور $(x + x^{-1})^{10}$ هو:

أ	$192x^2$	ب	$240x^2$	ج	$200x^2$	د	$210x^2$
---	----------	---	----------	---	----------	---	----------

[10] ليكن التابع $f: x \mapsto \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x/2}$ عندئذ نهاية التابع f عند $+\infty$ هي

أ	e	ب	e^2	ج	e^{-1}	د	e^{-2}
---	-----	---	-------	---	----------	---	----------

ثانياً: أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية. (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن التابع f المعرفة على $]-\infty, -1[$ وفق $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) + \frac{1}{x+1}$

أثبت $g(x) = x \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ تابع أصلي على $]-\infty, -1[$ ثم استنتج ناتج $I = \int_{-1-e}^{-2} f(x) dx$

السؤال الثاني: ليكن التابع $f(x) = x - \ln x$ معرف على $]0, +\infty[$ والمطلوب:

جد $f(1)$ واحسب $f'(x)$ على هذا المجال ثم جد $f'(1)$. ثم استنتج نهاية $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \ln x - 1}{x - 1}$

السؤال الثالث: يريد مدرس توزيع طلابه السبعة على عدة مقاعد دراسية وبحيث يجلس في كل مقعد طالب واحد على الأقل. ما عدد النتائج المختلفة لهذه العملية في كل حالة آتية؟ [1] عدد المقاعد هو 7. [2] عدد المقاعد هو 6.

ثالثاً: أجب عن التمارين الثلاث الآتية. (60 درجة لكل تمرين)

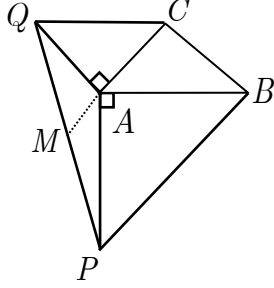
التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} : $f(x) = \ln(1+e^x)$.

[1] جد العددين a, b اللذين يحققان $f(x) = ax + b + \ln(1+e^{-x})$.

[2] بين أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً مائلاً d ، عيّنه.

[3] ادرس الوضع النسبي لهذا الخط C بالنسبة إلى d .

التمرين الثاني: نتأمل مثلثاً ABC . نُنشئ على هذا المثلث المثلثين ACQ و APB مثلثين قائمين في A



ومتساوي الساقين مباشرين. نختار معلم مباشر مناسب مبدأه النقطة A .

1. احسب بدلالة b و c الأعداد p و q .

2. احسب بدلالة b و c العدد m . حيث M منتصف PQ .

3. أثبت تعامد المستقيمين (CB) و (AM) . وأن $BC = 2AM$.

التمرين الثالث: يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء وكرتان سوداوان. نسحب

عشوائياً وفي آن معاً كرتين. ليكن المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 2 إذا كانت الكرتان المسحوبتان بيضاوان،

ويأخذ القيمة -1 إذا كانت كرة بيضاء وكرة سوداء، ويأخذ القيمة n إذا كانت الكرتان المسحوبتان سوداوان.

[1] احسب $P(X=2)$ و $P(X=-1)$. استنتج $P(X=n)$.

[2] عيّن القانون الاحتمالي للمتحوّل العشوائي X .

[3] احسب n كي يكون توقعه الرياضي 0.

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن f التابع المعرفة على المجال $I =]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$ وفق $f(x) = \ln\left(\frac{x}{1+x}\right)$. لتكن

$(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة على \mathbb{N}^* وفق $u_n = f(n)$.

[1] ادرس تغيرات f على $]0, +\infty[$ ونظّم جدولاً بها واكتب معادلة كل مقارب.

[2] ارسم الخط C على $]0, +\infty[$.

[3] أثبت أن النقطة $A(-\frac{1}{2}, 0)$ هي مركز تناظر للخط C ، ثم استنتج رسم الخط البياني للتابع f .

[4] نضع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ جد S_1 و S_2 ثم أثبت أن $S_n = -\ln(n+1)$.

[5] جد نهاية هذه المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ ، وما نهاية $(S_n)_{n \geq 1}$ ؟

المسألة الثانية: ليكن لدينا المكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 1. و T نقطة من $[AB]$ وتحقق $\overline{AT} = \frac{2}{5} \overline{AB}$ و T

نقطة من $[AD]$ وتحقق $\overline{AN} = \frac{2}{5} \overline{AD}$.

[1] في المعلم المتجانس $(A; \overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$ جد إحداثيات النقاط H, F, N, T .

[2] جد معادلة المستوي (HNT) .

[3] جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EF) .

[4] استنتج احداثيات M نقطة تقاطع المستقيم (EF) مع المستوي (HNT) .

[5] احسب بعد E عن المستوي $(HNTM)$ ثم استنتج حجم الهرم $EHNTM$.

انتهت الأسئلة

