

أولاً: لكل سؤال فيما يأتي أربع خيارات إجابة واحدة فقط منها صحيحة. أجب عليها. (10 درجة لكل سؤال)

[1] ليكن المخروط الذي معادلته $y^2 + z^2 - 3x^2 = 0, 0 \leq x \leq 2$ نصف قطر قاعدة المخروط:

أ	$R = 3\sqrt{2}$	ب	$R = \sqrt{3}$	ج	$R = 3$	د	$R = 2\sqrt{3}$
---	-----------------	---	----------------	---	---------	---	-----------------

[2] المستوي $P: x + y + z = 1$ يقطع الكرة $S: (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$ بدائرة نصف قطرها

أ	$r = 6$	ب	$r = 3$	ج	$r = \sqrt{3}$	د	$r = \sqrt{6}$
---	---------	---	---------	---	----------------	---	----------------

[3] في \mathbb{C} إذا كان جذر للمعادلة $z^2 + (1-i)z - 2(1+i) = 0$ كان الجذر الآخر هو

أ	$z = -1 - i$	ب	$z = -1 + i$	ج	$z = 2$	د	$z = -2$
---	--------------	---	--------------	---	---------	---	----------

[4] مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق $|iz + 1| = 4$ هي دائرة:

أ	مركزها $(0, 1)$	ب	مركزها $(0, -1)$	ج	مركزها $(1, 0)$	د	مركزها $(-1, 0)$
---	-----------------	---	------------------	---	-----------------	---	------------------

[5] f و g معرفين على $]-1, +\infty[$ وفق $f(x) = \ln(ex + e)$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ و C_f و C_g يقبلان مماساً مشتركاً. معادلة المماس

أ	$y = x$	ب	$y = x - 1$	ج	$y = x + 1$	د	$y = -x + 1$
---	---------	---	-------------	---	-------------	---	--------------

[6] ليكن C الخط البياني للتابع f للمعرف على \mathbb{R} وفق $f(x) = x + 1 + \sqrt{4x^2 - 1}$. معادلة مقاربه المائل في جوار $-\infty$ هي

أ	$y = -x + 1$	ب	$y = 2x + 1$	ج	$y = x + 1$	د	$y = -2x + 1$
---	--------------	---	--------------	---	-------------	---	---------------

[7] إذا كان $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 x}{1 + \tan x} dx$ و $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \tan x} dx$ فإن $I + J$ تساوي:

أ	$\ln 3$	ب	$\ln 2$	ج	$2 \ln 3$	د	$2 \ln 2$
---	---------	---	---------	---	-----------	---	-----------

[8] لتكن المتتاليتين (u_n) و (v_n) : $u_0 = 1, v_0 = 2, u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}, v_{n+1} = \frac{u_n + 4v_n}{5}$. عندئذ المتتالية $(w_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $w_n = u_n - v_n$ هي متتالية

أ	هندسية أساسها $\frac{2}{15}$	ب	هندسية أساسها $\frac{-1}{15}$	ج	هندسية أساسها $\frac{5}{15}$	د	هندسية أساسها $\frac{1}{15}$
---	------------------------------	---	-------------------------------	---	------------------------------	---	------------------------------

[9] ليكن كثير الحدود $f(x) = (1+2ax)^5 (1+3x)^4$ ، إذا كانت امثال x تساوي 3 فإن قيمة a تساوي:

أ	0.9	ب	-0.9	ج	-0.8	د	0.8
---	-----	---	------	---	------	---	-----

[10] إذا علمت أن: $x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^6}{6} \leq f(x) \leq x - \frac{x^3}{3}$ أيأ كانت $x > 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - f(x)}{x^3}$ تساوي:

أ	$\frac{1}{2}$	ب	$\frac{1}{6}$	ج	$\frac{1}{3}$	د	0
---	---------------	---	---------------	---	---------------	---	---

ثانياً: أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية. (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: لتكن S نقطة معرفة بالعلاقة $2\overline{AS} = \overline{CB} + \overline{CA} + 3\overline{AG}$ أثبت S تقع في (BCG) . جد ائقال B, C, G حيث S مركز ابعادها.

السؤال الثاني: ليكن C الخط للدالة f المعرفة على \mathbb{R} وفق $f(x) = xe^x$

أثبت أن المشتق من المرتبة n حيث $n \in \mathbb{N}^*$ يعطى بالعلاقة $f^{(n)}(x) = (x+n)e^x$ ثم أوجد $f^{(10)}(x)$

السؤال الثالث: عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق الشرط: $16 \binom{n+2}{2} = P_{n+3}^3$

ثالثاً: أجب عن التمارين الثلاث الآتية. (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة وفق $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

[1] نعرف $x_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$ أثبت أن $(x_n)_{n \geq 0}$ هندسية.

[2] جد x_n بدلالة n . واحسب نهايتها.

[3] اكتب u_n بدلالة n واستنتج $u_n = \frac{3^n - 1}{3^n + 1}$. واحسب نهايتها.

التمرين الثاني: $a = 1 - \sqrt{3}i$ و $b = -1 + 3\sqrt{3}i$ و $c = 2 - 3\sqrt{3}i$

[1] تحقق أن A, B, C على استقامة واحدة.

[2] ليكن $d = \sqrt{3} + i$ صورة A وفق دوران مباشر مركزه O وزاويته θ احسبها. ثم استنتج طبيعة المثلث AOD .

[3] جد n التي تجعل $AOND$ معين.

[4] جد g مركز ابعاد $(A, 4), (B, -8), (C, -4)$.

[5] جد e صورة A وفق تحاك مركزه B ونسبته 2.

التمرين الثالث: ينفأ عشوائياً كل خانة من الخانات الاربع بأحد العددين +1 أو -1 أو 0.

[1] بكم طريقة يمكن ملء هذه الخانات.

[2] ما احتمال أن يكون المجموع مساوياً 0.

[3] ليكن X المتحول العشوائي الذي يقرن بكل نتيجة عدد الخانات التي تحوي 0. عيّن مجموعة قيم X والقانون الاحتمالي والتوقع.

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: لدينا التابع f المعرفة وفق: $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ المعرفة على $]0, +\infty[$.

[1] ادرس تغيرات التابع f ثم ارسم خطه البياني C .

[2] احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C والمحور Ox والمستقيم $x = e$.

[3] قارن بين e^π و π^e .

[4] جد معادلة المماسات المارة في المبدأ.

[5] ما عدد حلول المعادلة $e \ln x - x = 0$.

[6] لتكن $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة على \mathbb{N}^* وفق $u_n = f(n)$ ادرس اطراد المتتالية.

المسألة الثانية: مكعب $ABCDEFGH$. و I تحقق $\overline{DI} = \frac{1}{4}\overline{DC}$ و J تحقق $\overline{BJ} = \frac{3}{4}\overline{BC}$.

[1] جد إحداثيات جميع النقاط في المعلم $(A; \frac{1}{4}\overline{AB}, \frac{1}{4}\overline{AD}, \frac{1}{4}\overline{AE})$.

[2] أوجد عددين حقيقيين a و b يحققان $\overline{HI} = a\overline{EG} + b\overline{EJ}$.

[3] أثبت أن المستقيم (HI) يوازي المستوي (EGJ) .

[4] جد معادلة المستوي (EGJ) . والتمثيل الوسيط للمستقيم المار من A وعمودي على (EGJ) .

[5] جد احداثيات T المرسم القائم لـ A على (EGJ) .

[6] لتكن O مركز المكعب، اثبت أن $\cos GOB = \frac{-1}{3}$.

انتهت الأسئلة

